P

PROBLEMAS

DE

JEOMETRIA

ARREGLADOS I DISPUESTOS

PARA EL USO

DE LOS ARTESANOS, DE LOS ESTUDIANTES I DE LAS SEÑORITAS,

Autor- Domingo Peña

BOGOTA.

IMPRENTA DE FRANCISCO T. AMAYA, CALLE 6. DEL NORTE NUM. 251.

1855.

PRIVILEJIO.

PEDRO GUTIÉRREZ LEE, GOBERNADOR DE LA PROVINCIA DE BOGOTA.

Hago saber: que el Sr. Domingo Peña se ha presentado ante mí reclamando el derecho esclusivo para publicar i vender una obra de su propiedad, cuyo título ha depositado, i es como sigue: «Problemas de Jeometría para el uso de los artesanos, los estudiantes i las señoritas;» i que habiendo prestado el juramento requerido, lo pongo por las presentes en posesion del privilejio por quince años, los cuales podrán prorogarse por otros quince: cuyo derecho le concede la lei 1,ª part. 1,ª tratado 3.º de la Recopilacion Granadina, que asegura por cierto tiempo la propiedad de las producciones literarias i algunas otras.

Dado en Bogotá, a diez i seis de junio de mil ochocientos cincuenta i cinco.

PEDRO GUTIÉRREZ LEE.

El Secretario, *José A. Currea.*

PRÓLOGO.

La Jeometría es una ciencia mui útil i necesaria en todas las artes i profesiones de la industria, así para facilitar las operaciones prácticas de cada una de estas profesiones, como para que dichas operaciones den resultados exactos i precisos. Sin embargo, poco o ninguno es el fruto que esta ciencia reporta entre nosotros a la industria, a causa de que los oficios no se enseñan por principios, sino por la pura rutina i de la manera mas empírica i mas ruda. No seria posible, a la verdad, que los artesanos hiciesen un estudio completo de la Jeometría, porque esto ni está en la carrera ni en los medios o recursos de las personas que cultivan los oficios. De la Jeometría debe entresacarse lo que puramente sea útil i necesario en la práctica de las artes, evitando las teorías i desarrollos científicos para que sin trabajo ni fatiga del espíritu pueda aquello estar al alcance de las personas que se dedican a las artes mecánicas. Esto es lo que se practica en Alemania, Inglaterra, Francia i los Estados Unidos de América, donde se ha tenido el cuidado de proporcionar a los obreros i artesanos los medios de instruirse en los elementos indispensables para trabajar con perfeccion en los diferentes ramos de la industria.

Los problemas de Jeometría que ofrezco a los artesanos i estudiantes, componen un cuaderno de pocas pájinas, i pueden aprenderse sin trabajo en el corto espacio de dos o tres semanas. Tan al alcance de todos están, que hasta por recreo puede cualquiera entretenerse en ellos.

Las señoritas que cultiven el dibujo, el bordado o la pintura pueden tambien ejercitarse en este estudio con un doble objeto de diversion i utilidad. No exije este ramo otros utensilios que una regla, un lápiz i un compaz, que es todo lo que se necesita para delinear varias figuras que exije la intelijencia del asunto; pudiendo trazarse dichas figuras, ya sea en los pavimentos, como hacen los estudiantes, ya en un pedazo de papel, o en un tablero a propósito.

Estos problemas son de una utilidad i necesidad incontestables en todas las artes i oficios de la industria. En ellos hallarán el pintor, el carpintero, el sastre, el albañil, etc, los medios de trabajar en sus respectivas profesiones con mucha mas facilidad i perfeccion que con las que lo hacen con los rudos e inciertos procederes de la rutina. ¡Cuánto tiempo i dificultades no ahorrarán en el trabajo, sabiendo, por ejemplo, cómo se divide una línea recta en el número de partes iguales que se quiera,–cómo se traza una paralela,–cómo se usa la escala de mil partes,–cómo se trasforma una figura en otra diferente de igual extension,–cómo se forra un globo o pelota con el número de cascos que se quiera,–cómo se trazan las vueltas de una escalera de caracol, etc! El artesano que no tiene otra guía que la rutina, obra a ciegas o al tanteo; i despues de mil ensayos i tentativas infructuosas, es al acaso que halla los resultados que se habia propuesto conseguir. Cada uno en el círculo de sus tareas i quehaceres debe tratar de valerse de los principios del arte para salir de ese campo de continjencias i de dudas en que no puede uno ménos de hallarse en completa dependencia del acaso.

Esta tendencia a la exactitud i certidumbre es una de las señales de positivismo de la época presente; i el verdadero carácter que distingue al jenio (1) o talento de invencion es el empleo de los conocimientos en la consecucion de lo que puede servir para satisfacer las necesidades del hombre, o para aumentar los gozes i comodidades

(1) El sustantivo *genio* se deriva del verbo griego *geno*, enjendrar, crear, inventar, producir.

de la vida. Este es en último resultado el fin a que están destinados los diferentes ramos del saber humano; pero todas las ciencias deben explotarse como se explota una mina, separando la materia útil de lo que absolutamente no tiene uso (2). Una ciencia que en nada contribuyese al bienestar del hombre sería un ramo enteramente estéril, que por tanto no valdría la pena de cultivarse por motivo alguno.

Estos problemas serán tambien de mucha utilidad para los estudiantes, porque aprendiéndolos prácticamente, vendrán a serles otros tantos puntos de apoyo, fijos i permanentes en el entendimiento, que no dejarán se les borren u olviden las teorías o desarrollos jeométricos que con ellos están relacionados. Ademas, los que estudien las ciencias a que se aplica la Jeometrìa, como son la Jeografía, la Cosmografía, la Astronomía, la Arquitectura, la Agrimensura, etc, habrán adquirido de antemano los medios de resolver los problemas que son del resorte de estos ramos, i no tropezarán con la falta de arbitrios para convencerse de la verdad o exactitud de los mas importantes resultados de la ciencia.

En el grado de adelanto a que ha llegado el trabajo material entre los artesanos, hacen notable falta unos elementos como estos, para que el progreso de las artes siga su curso natural i no quede estancado i detenido donde se halla. Quizá sería conveniente que el Gobierno dispusiese que estas lecciones se enseñasen en todas las escuelas de primeras letras de la República, como base fundamental de otros estudios de órden superior, o del ejercicio de las artes i oficios mas útiles a la sociedad. Estas lecciones están calculadas para todas las intelijencias; i entre nosotros este trabajo es el único en su clase que hasta ahora ha salido a luz—D. P.

---

(2) Las palabras *uso, útil, utilidad*, se derivan de un mismo oríjen,- del verbo latino *utor*, que es su raíz primitiva. *Utor* significa gozar, usar una cosa. De aquí proviene la idea de provecho o satisfaccion material que envuelven sus derivados. En esta acepcion es en la que los hemos empleado.

ESPLICACION

DE LOS SIGNOS MAS COMUNMENTE USADOS EN JEOMETRIA.

$+$ indica una suma i significa *mas*, o *sumado con*. Llámase signo de *adicion*. La espresion $A+B$ significa que la magnitud A debe sumarse con la magnitud B, i se lee A *mas* B.

— Este signo, llamado de *sustraccion*, se lee *menos*. Esta otra espresion $A-B$ significa que la B se debe restar de la A, i se pronuncia A *menos* B.

$\times$ Este signo sirve para indicar la multiplicacion i se lee *multiplicado por*. Esta espresion $A\times B$ indica que la A se multiplica por la B, i se lee A *multiplicado por* B.

: Estos dos puntos indican division, i se leen *dividido por*, o *es a*. A : B quiere decir que la A se parte por la B, i se lee A *partido* o *dividido por* B, o A *es a* B. La espresion $\frac{A}{B}$ indica tambien division i se lee A *partido por* B.

: : Estos cuatro puntos puestos entre cuatro cantidades indican igualdad, i se lee *igual a*, o *como*.

$=$ Este es el signo de igualdad, que se pone entre dos cantidades iguales, i se pronuncia *igual a*. $A=B$ indica que el valor representado por A es igual al valor representado por B leyéndose A *es igual a* B.

Las espresiones ½ A, 2 A, 3 A, etc, quieren decir que la A debe tomarse media, o dos o tres veces, i se leen *medio* A, *dos* A, *tres* A, etc.

NOCIONES PRELIMINARES.

LINEAS EN JENERAL.

Llámase *línea* el camino descrito por un punto A (fig. 1) que se dirije hácia otro B.

Esta línea es *recta* cuando el punto A no varía de direccion en su curso, o cuando es el camino mas corto entre dos puntos A i B; de donde se deduce que entre ellos no puede haber mas de una sola línea recta.

Llámase *perpendicular* una recta C D (fig. 2) que cayendo sobre la A B, no se inclina mas a un lado que a otro; *oblicua* la que se inclina mas a un lado, como la D F.

Paralelas son aquellas rectas tales como A B i C D (fig. 3) que no se encuentran por mas que se prolonguen.

Una línea es *curva* cuando el punto A (fig. 1) no sigue constantemente la misma direccion, como la A C B; de modo que de un punto a otro puede haber infinitas líneas curvas como A C B i A D B.

Las curvas mas notables son la *circunferencia*, la *elípse*, la *espiral* i la *hélice*.

Llámase *circunferencia* una línea tal como A C B D (fig. 4) cuyos puntos están todos equidistantes de otro O llamado *centro*.

El espacio comprendido dentro de la circunferencia se llama *círculo*. Una línea tirada del centro a la circunferencia, tal como O A se llama *radio*; i *diámetro* una recta A B, compuesta de dos radios i que divide a la circunferencia en dos partes iguales llamadas *semicircunferencias*.

Un *arco de círculo* es una porcion cualquiera A C de la circunferencia. *Cuerda* es la recta que une los estremos de un arco.

Entiéndese por *tanjente* una recta A S que toca a la circunferencia en un punto A, llamado *punto de contacto*. Toda tanjente es perpendicular al radio que pasa por este punto; luego la recta A S es perpendicular al radio O A.

Secante es toda recta K C que atraviese al círculo.

Toda circunferencia se divide en 360 partes iguales, llamadas *grados;* cada grado en 60 *minutos*, i cada minuto en 60 *segundos*. Esta division se entiende para toda circunferencia sea grande o pequeña, sin otra diferencia que la de que los grados, minutos, segundos, etc, de una circunferencia mas grande que otra, serán proporcionalmente mas grandes que los grados, minutos, segundos, etc, de la mas pequeña. Los matemáticos señalan con signos particulares los grados, minutos, segundos, etc: los grados con un cero pequeño colacado sobre el número; los minutos con una comilla; los segundos con dos comillas; los terceros con tres comillas, etc: así veinte i cuatro grados, treinta i seis minutos i ocho segundos, se escriben de este modo: 24° 36' 8"

Llámase *elipse* una curva tal como A C B D (fig. 48), en que se verifica la propiedad de que la suma de las distancias de cualquiera de sus puntos, K por ejemplo, a los dos focos P i E, es igual a su eje mayor o mayor lonjitud A B.

Espiral es una curva como la de la fig. 50, que tiene su oríjen en un punto P, i se vá desarrollando siempre paralelamente a sí misma.

La *hélice* es una curva semejante a la rosca de un tornillo.

Una línea es *quebrada*, si se compone de rectas como la A B C D E F (fig. 5); i *mista* si se compone de rectas i curvas como A B C D E F (fig. 6).

ANGULOS.

Llámase *ángulo* el espacio comprendido entre dos líneas A B i A C (fig. 7) que se cortan en un punto A llamado *vértice del ángulo*. Las rectas A B i A C se llaman *lados del ángulo*.

El ángulo es *rectilíneo*, si sus lados son líneas rectas; *curvilíneo*, si curvas; i *mistilíneo* si rectas i curvas.

Si hacemos centro en A i trazamos un arco B C, este medirá el número de grados del ángulo B A C. Será *recto* si el arco es igual a 90°, o la cuarta parte de la circunferencia; si es menor, es *agudo*; i si mayor, *obtuso*.

FIGURAS.

Figura es un espacio terminado por líneas. Llámanse *lados* las lineas que forman la figura, i *perimetro* el contorno de ella. Estas figuras se llaman tambien *polígonos*.

Un polígono es *regular* cuando todos sus lados i ángulos son iguales, e *irregular* en el caso contrario.

El *área* o *superficie* de un polígono es el espacio comprendido entre sus lados.

Un polígono no puede constar de ménos de tres lados, i entónces se llama *triángulo*; si de cuatro, *cuadrilátero*; si de cinco, *pentágono*; si de seis, *exágono*; etc.

El triángulo se divide en *equilátero, isósceles* i *escaleno*. Es *equilátero* cuando sus tres lados son iguales; *isósceles*, cuando solo dos lo son; i *escaleno*, cuando no hai igualdad en ninguno de ellos.

Se divide tambien en *rectángulo*, cuando tiene un ángulo recto; *obtusángulo*, cuando tiene un ángulo *obtuso*; i *acutángulo* cuando todos sus ángulos son agudos.

Una propiedad notable del triángulo rectángulo es que el cuadrado construido sobre la *hipotenusa*, o lado opuesto al ángulo recto, es igual a la suma de los cuadrados construidos sobre los otros dos lados, llamados *catetos*.

Llámase *base* de un triángulo cualquiera de sus lados, A C por ejemplo, (fig. 8); i *altura* la perpendicular C S bajada desde el vértice sobre la base A B.

Los cuadriláteros se dividen en *cuadrados*, *rectángulos*, *paralelógramos*, *trapecios* i *trapezoides*.

Llámase *cuadrado* una figura A B C D (figura 9) cuyos cuatro lados son iguales, i sus ángulos, rectos. *Rectángulo* otra A B D C (fig. 10), cuyos lados opuestos A B i C D, A C i D B son iguales, i sus ángulos, rectos. *Paralelógramo* es una figura A B C D (fig. 11), cuyos lados opuestos son iguales i paralelos, i sus ángulos no son rectos. *Trapecio* es un polígono M N P Q (fig. 12) en que dos de sus lados M N, P Q son paralelos i los otros dos no lo son: *Trapezoide* es cualquiera otro cuadrilátero como B C D E (fig. 13).

Llámase, en jeneral, *base* de una figura uno cualquiera de sus lados, A B por ejemplo, [fig. 11]; i *altura* la perpendicular D S bajada desde el vértice opuesto.

El área de un rectángulo es igual al producto de su base por su altura, pues si tomamos en el lado A B (fig 10) ocho unidades iguales al cuadrado A B C D, que sirve de medida, i en el A D tres de estas mismas unidades, el producto de 8 por 3 da 24, que es el número total de unidades que encierra dicho rectángulo.

El rectángulo K M P Q (fig. 14) se descompone en dos triángulos K P Q i P K M, que son iguales, pues que tienen sus bases Q P i K M iguales, el lado K P les es comun, i los otros dos lados M P i K Q tambien son iguales. Como dicho rectángulo tiene por medida el producto Q P$\times$K Q, cada uno de los triángulos tendrá por medida la mitad de este producto, es decir, ½ Q P$\times$K Q, o bien ½ K Q$\times$Q P; lo que significa que el área de un triángulo es igual al producto de la mitad de su base por su altura, o de la mitad de su altura por su base.

Resulta, pues, que a un polígono cualquiera A B C D E (fig. 15) puede medírsele su área descomponiéndolo en triángulos A B C, A D C i A E D, hallándo el valor de estos triángulos i sumando sus valores respectivos. (Esto debe tenerse presente en la solucion de los problemas 30, 31, 32, 33, 34, 35 i 36).

Llámase *circunscribir* un círculo a un polígono, hacer pasar dicho círculo por todos sus vértices.

Inscribir un polígono en un círculo es formar una figura tal como A B C D E F (fig. 28.) que está toda comprendida dentro del círculo.

PROBLEMAS.

PROBLEMA I.

Construir un ángulo igual a otro.

Sea el ángulo dado A B C. Tírese desde el punto R (fig. 16) una recta arbitraria R T; con una abertura de compas, tambien arbitraria, tómese en el lado B C del ángulo dado, la parte B N; i haciendo centro en B, trácese el arco M N; con esta misma abertura de compas, haciendo centro en el punto R, trácese tambien el arco indefinido *m n*; tómese despues la distancia M N, i con esta misma, haciendo centro en *n*, trácese el arco *l s*, que cortará al arco *m n* en el punto *m*. Si por este punto i el punto R se tira la recta A R, quedará trazado el ángulo A R T, igual al ángulo dado A B C.

Es fácil convencerse de que estos dos ángulos son iguales considerando que ámbos tienen por medida arcos iguales, esto es $M\ N = m\ n$ (a).

PROBLEMA II.

Dividir por la mitad una recta dada.

Para dividir la recta A B (fig. 17) en dos partes iguales, con una abertura de compas arbitraria, haciendo centro en A, trácense dos arcos de círculo, uno por la parte superior i otro por la parte inferior de la recta dada A B; con la misma abertura de compas, hágase ahora centro en B, i trácense tambien otros dos arcos en la misma forma que los anteriores, los cuales cortarán a los primeros en los puntos C i D. Si por estos dos puntos tiramos la recta C i D, esta dividirá a la A B en dos partes iguales en el punto N.

La razon de esto es mui clara, pues teniendo por construccion la nueva recta C D los dos puntos C i D a igual distancia de A que de B, todos los demas puntos de dicha recta, tambien estarán a igual distancia de A que de B; luego el punto N, que es un punto de esta línea, distará tambien tanto de A como de B, i será A N = N B, que es lo que nos propusimos ejecutar.

PROBLEMA III.

Bajar sobre una recta una perpendicular desde un punto dado fuera de dicha recta.

Sea el punto dado A (fig. 18) desde el cual se quiere bajar una perpendicular sobre la recta M N. Para esto, desde el punto dado A como centro, trácense dos arcos de círculo de tal modo que corten a la recta M N en dos partes cualesquiera R i S; desde estos mismos puntos, con un rádio arbitrario, haciendo centro en ellos, trácense por la parte inferior de la recta M N, dos arcos mas, de modo que se corten en el punto B. Si por este punto i el dado A, se tira la recta A B, esta será la perpendicular pedida.

Porque claramente se vé que la línea A B tiene sus dos puntos A i B situados por construccion a igual distancia de otros dos R i S de la línea M N; luego será perpendicular a esta.

PROBLEMA IV.

Levantar una perpendicular sobre una recta desde un punto dado en ella.

Sea el punto dado B (fig. 19) desde el cual se quiere levantar una perpendicular a la recta M N.

Hágase centro en el punto dado B, i con una abertura de compas arbitraria, trácense dos arcos de círculo que corten a la línea dada M N en dos puntos cualesquiera R i T; hágase en seguida centro en estos mismos puntos, i con otra abertura de compas, mayor que la anterior, trácense por la parte superior de la recta dada, otros dos arcos que se corten en el punto A. Si por este punto i el dado B, se tira la recta A B, esta será la perpendicular buscada.

No puede dudarse que la recta A B es perpendicular a la M N, puesto que por construccion tiene los dos puntos D i B a igual distancia de otros dos R i T de la recta M N.

PROBLEMA V.

Levantar una perpendicular en el extremo de una recta dada.

Sea el punto B (fig. 20) el extremo de la recta A B, donde se nos propone levantar una perpendicular.

Prolónguese primero la recta dada A B cuanto se quiera, por ejemplo, hasta el punto C; desde el punto B, como centro, i con una abertura de compas arbitraria, trácense dos arcos que corten a la recta dada i su prolongacion en dos puntos cualesquiera R i T; i desde estos mismos puntos como centros, i con una abertura de compas mayor que la anterior, trácense otros dos arcos por la parte de arriba de la recta A B C, que se corten en el punto D. Si por este punto i el dado B, se tira la recta B D, esta será la perpendicular pedida.

PROBLEMA VI.

Tirar a una recta cualquiera una paralela por un punto dado fuera de ella.

Sea la recta A B (fig. 21) a la que se quiere tirar una paralela por el punto N.

Tírese por el punto dado N una recta indefinida M N, de tal modo que corte en un punto cualquiera G a la recta A B; ahora, con un intervalo de compas arbitrario, haciendo centro en G, trácese un arco F L; i con esta misma abertura de compas, hágase centro en N i trácese el arco indefinido S X. Tómese despues la distancia F L, i haciendo centro en S, trácese un arco que corte a S X en el punto T. Si por este punto i el dado N, se tira la recta N T K, esta será indudablemente la paralela que se nos pedia.

PROBLEMA VII.

Levantar una perpendicular en el extremo de una recta por medio de las paralelas.

Sea la recta dada A B (fig. 22) en cuyo extremo B se quiere levantar una perpendicular.

Para conseguirlo, en un punto cualquiera M de la recta dada A B, levántese una perpendicular M N, i por el punto B, tírese a ella una paralela B T: esta es precisamente la perpendicular que se desea.

No cabe ninguna duda en que la recta B T es perpendicular a la A B, pues por construccion lo es tambien su paralela M N.

PROBLEMA VIII.

Dividir un ángulo en dos partes iguales.

Para dividir el ángulo A C B (fig. 23) en dos partes iguales, desde el vértice C con un radio cualquiera C M, tracese el arco M T N; tírese tambien la cuerda M N, i bajando a ella la perpendicular C P por el punto C, esta dividirá la cuerda M N i el arco M T N, medida del ángulo dado A C B, en dos partes iguales, de manera que el arco M T será exactamente igual al arco T N.

Estos arcos son las medidas respectivas de los ángulos A C P i P C B, que juntos componen el ángulo total de la cuestion A C B; siendo iguales tales arcos deben serlo tambien los ángulos medidos por ellos: se ve, pues, que el ángulo A C B ha quedado dividido en dos partes iguales.

PROBLEMA IX.

Hacer pasar una circunferencia por tres puntos que no estén en una misma direccion.

Sean los tres puntos R, S, T, (fig. 24) que no están en una misma direccion, los que se dan para hacer pasar por ellos una circunferencia.

Para esto unanse dichos puntos por medio de las rectas R S i S T, i dividanse luego estas mismas rectas por la mitad, segun lo enseñado en el problema II, por medio de las perpendiculares L K i M N: estas perpendiculares se encontrarán en un punto C, que será el centro de la circunferencia pedida. En efecto, si fijamos una punta del compas en este punto, i con la otra tocamos cualquiera de los tres puntos dados R, S o T, haciendo luego jirar el compas al rededor del punto C, la punta que da vuelta pasará precisamente por los dichos puntos R, S i T.

PROBLEMA X.

Dado un arco cualquiera, determinar el centro del círculo al cual corresponde.

Sea A R T (fig. 25) el arco propuesto, cuyo centro se quiere determinar.

Para conseguirlo, tírense las cuerdas A R i R T, i dividiéndolas por mitad por medio de las perpendiculares F L i N K, estas concurrirán en un punto C, que será el centro del circulo al cual corresponde el arco dado o propuesto.

El mismo experimento hecho en el problema anterior, es aplicable en el caso presente, pues se ve que la cuestion es semejante a la de hacer pasar una circunferencia por los tres puntos A, R i T.

PROBLEMA XI.

Levantar una perpendicular en el extremo de una recta que no se puede prolongar.

Sea la recta A B, (fig. 26) la que no se puede prolongar, i en cuyo extremo B, se pide levantar la perpendicular.

Desde un punto cualquiera C, fuera de la recta dada A B, con una abertura de compas arbitraria C B, trácese una circunferencia de modo que corte a la recta A B en el punto M; desde este punto i el centro C del círculo tírese el diámetro M C N, i desde el punto N al extremo B de la recta A B, la cuerda N B, que es la perpendicular pedida.

Todo ángulo, como el A B N, que tiene su vértice en la circunferencia i cuyos lados pasan por los extremos del diámetro, es recto, como se demuestra en Jeometría: siendo, pues, recto el ángulo A B N, el lado N B no podrá menos de ser perpendicular al lado A B.

PROBLEMA XII.

Tirar dos tanjentes a un círculo desde un punto dado fuera de él.

Sea el punto dado T (fig. 27) desde el cual se quieren tirar dos tanjentes al círculo Z.

Unase el punto dado T con el centro del círculo Z por una recta cualquiera T C; i con un radio igual a la mitad de esta recta, tracese el círculo X, que cortará al círculo Z en dos puntos M i N. Ahora, si por estos puntos i el punto dado T, tiramos las rectas T M i T N, estas serán las dos tanjentes que se piden.

PROBLEMA XIII.

Inscribir un polígono regular de determinado número de lados en un círculo dado.

Es propiedad peculiar del exágono regular ser su lado igual al radio del círculo que lo circunscribe. Así, llevando varias veces el radio A O sobre la circunferencia A B C D E F (fig. 28), dará esta seis radios cabales comprendidos entre los puntos A i B, B i C, C i D, D i E, E i F, F i A.

Unanse, pues, estos puntos por medio de las rectas A B, B C, C D, D E, E F, F A, i se habrá inscrito en el círculo el polígono regular de seis lados.

Para inscribir el triángulo no seria menester mas que unir de dos en dos dichos puntos, por medio de las rectas F B, B D, D F.

Pero si el polígono que se quisiera inscribir fuese el cuadrado, lo conseguiriamos fácilmente trazando dos diámetros A B i C D [fig. 29], perpendiculares el uno al otro, i uniendo los puntos A i C, C i B, B i D, D i A por medio de las rectas A C, C B, B D i D A.

Dividiendo ahora los lados A C i A D por mitad, por medio de los diámetros perpendiculares *c b* i *a d*, i uniendo los puntos A i *c*, *c* i C, C i *d*, *d* i B etc. por medio de las rectas A *c*, *c* C, C *d*, *d* B etc, se obtiene el octágono o polígono regular de ocho lados.

En fin, si un polígono regular se inscribe en un círculo, se verá que cada lado suyo pasará a ser cuerda de un arco igual a 360° partidos por el número de lados que el polígono tenga. Asi es que el lado del exágono regular, por ejemplo, puede considerarse como cuerda del arco de $\frac{360^o}{6}=60^o$. Segun esta doctrina, puede sentarse una regla jeneral para inscribir en un círculo dado un polígono regular de un determinado número de lados, que es *burcar el arco que ha de corresponder a cada lado del polígono, (dividiendo 360° por el número de lados que este tenga), tirar despues una cuerda a dicho arco, i repetirla en seguida por toda la circunferencia*, con lo cual quedará inscrito el polígono propuesto.

PROBLEMA XIV.

Circunscribir un círculo a un polígono regular.

Sea el polígono regular L A F H T G (fig. 30), al cual se pide circunscribir una circunferencia.

Divídanse dos cualesquiera de sus ángulos por mitad, por ejemplo, los en G i L, con las rectas C G i C L; desde el punto C donde concurren estas rectas, i con una abertura de compas igual a la lonjitud C G o C L, trácese una circunferencia, que será la que circunscribe al polígono dado.

PRFBLEMA XV.

Inscribir un círculo en un triángulo.

Sea A B C (fig. 31) el triángulo propuesto.

Divídanse en dos partes iguales los dos ángulos en C i en B, por ejemplo, i el punto O de interseccion de las dos rectas C O i B O será el centro del círculo pedido, cuyo radio será la perpendicular bajada sobre A B, o sobre cualquiera de los otros dos lados de triángulo inscriptor.

PROBLEMA XVI.

Dividir una recta dada en el número de partes iguales que se quiera.

Sea la recta dada A R [fig. 32], que se quiere dividir en diez partes iguales, por ejemplo. Por uno de sus extremos, A, por ejemplo, tírese una recta cualquiera A Z; tómense en esta diez partes iguales con una magnitud arbitraria tal como A B; únase el estremo Q de la última division con el estremo R de la recta propuesta, i por cada uno de los puntos de division, tírense paralelas a la recta Q R, las cuales dividirán a la A R en las diez partes iguales que se piden.

PROBLEMA XVII.

Dividir una recta cualquiera en partes que guarden una razon dada.

Supongamos que la recta A R (fig. 32) se quiere dividir en dos partes, tales que tengan una con otra la razon de 3 a 7.

Tírese por el punto A una recta cualquiera A Z. Tómense en ella un número de partes iguales a la magnitud arbitraria A B, determinado dicho número por la suma que espresa esta relacion, que en este caso es $3+7=10$. Unase el estremo Q de la última division con el otro estremo R de la línea propuesta, i por el punto que señalan las divisiones espresadas por uno de los números de la razon, se tirará la recta D Y, paralela a la Q R, la cual dividirá a la A R en dos partes A Y, Y R que tendrá la razon propuesta de 3 a 7.

PROBLEMA XVIII.

Dividir una recta cualquiera en partes que guarden entre sí la misma razon que otras dos rectas dadas.

Sea la misma recta A R (fig. 32), i las dos L i K que tienen cierta proporcion.

Haciendo la misma construccion arriba dicha, colocaríamos la recta K desde A hasta D; la recta L desde D hasta Q; uniríamos en seguida el punto Q con el punto R, i tiraríamos la D Y paralela de Q R, quedando la recta A R dividida en el punto Y en las dos partes buscadas.

PROBLEMA XIX.

Dividir una recta en tres partes que guarden entre sí la razon de 3 a 5 a 2.

Sea la misma recta A R (fig. 32) que se nos propone dividir en estas tres partes.

Sumamos estos tres números $3+5+2=10$; i despues de haber tomado en la recta A Z un número de partes iguales a la magnitud A B, i unido el punto Q con el punto R, tiramos por los puntos de division (que deben distar entre sí tanto como unidades tienen los referidos números 3, 5 i 2) las D Y i F G, paralelas a Q R, i tendrémos la division buscada.

PROBLEMA XX.

Hallar una cuarta proporcion a tres rectas dadas.

Sean G, K, L, (fig. 33] las tres rectas dadas. Fórmese un ángulo cualquiera V A Z con dos rectas indefinidas A V, A Z. En uno de los lados de este ángulo, A V, por ejemplo, tómese una parte A B igual a la primera recta G. En el otro lado A Z, tómese una parte A E igual a la recta dada K. Otra vez en la primera A V tómese una parte A C igual a la recta L. Unase el estremo B de la primera con el estremo E de la segunda, por medio de la recta B E; i por el estremo C de la tercera, tírese una línea C F paralela a la B E, la cual irá a dar al otro lado del ángulo, de tal modo que la parte A F, interceptada entre ella i el vértice del ángulo, es la cuarta proporcional pedida.

PROBLEMA XXI.

Hallar una tercera proporcionnal a dos rectas dadas.

Sean las rectas G i K (fig. 34) cuya tercera proporcional se nos pide.

Fórmese un ángulo cualquiera V A Z con dos líneas indefinidas A V i A Z. Tómese en uno de sus lados, A V, por ejemplo, la parte A B igual a la recta dada G. En el mismo lado A V se tomará tambien la parte A C, igual a la recta K; i en el otro lado A Z, una parte A E igual tambien a K. Se unirá el estremo B de la primera línea con el estremo E de la segunda, i por el estremo C de la segunda se tirará la recta C F, paralela a B E, i tendrémos que A F será la tercera proporcional pedida.

Estos resultados manifiestan evidentemente que por medio de la Jeometría, se pueden hallar siempre que se quiera cuartas i terceras proporcionales con toda exactitud, lo cual muchas veces no es posible conseguir por medio de la aritmética.

PROBLEMA XXII.

Hallar una media proporcional entre dos rectas dadas.

Sean las dos rectas A B i C D (fig. 35). Tómese una recta K L i en ella las dos magnitudes A B i C D, una a continuacion de otra. Divídase la porcion K L, igual a la suma de las dos rectas propuestas, en dos partes iguales; i en el punto O, mitad de dicha recta, hágase centro i trácese un semicírculo K S L. En el punto P, union de las dos rectas K P i P L, iguales a A B i C D, levántese una perpendicular P S, que es la medida proporcional buscada.

PROBLEMA XXIII.

Dividir una recta en media i estrema razon.

Dividir una recta en media i estrema razon, es dividir dicha recta en dos partes tales, que la línea total i la parte mayor tenga entre sí la misma relacion que la mayor i la menor tienen tambien entre sí.

Sea la recta dada A B (fig. 36); en el estremo A de dicha recta levántese una perpendicular A C igual a la mitad de A B; hágase centro en C i tírese un arco que pase por A; únase C con B, i con un radio igual a B S, haciendo centro en B, trácese otro arco S L, que cortara a la recta dada en el punto L. Este arco divide a dicha recta en las dos partes L B i A L, que guardan la proporcion buscada.

PROBLEMA XXIV.

Construir dos rectas que tengan entre sí una razon dada.

Se nos piden dos rectas que tengan entre sí la misma razon que existe entre las rectas G i K (fig. 34).

Formamos un ángulo cualquiera. En cada uno de sus lados tomamos una cantidad igual a una de las líneas dadas. En seguida unimos estos puntos por medio de una recta, i toda pararela a esta, interceptará en los lados de dicho ángulo, partes que serán proporcionales con las magnitudes dadas.

PROBLEMA XXV.

Tirar una recta por un punto dado dentro de un ángulo de modo que las partes comprendidas entre este punto i los lados del ángulo, sean iguales.

Sea el punto M (fig. 34), dado dentro del ángulo V A Z. Tiramos la recta M N paralela a uno de los lados, A V por ejemplo; en el otro lado A Z tomarémos N F, igual a A N; i tirando la recta F M C, quedara dividida en dos partes M F i M C iguales, conforme al enunciado.

PROBLEMA XXVI.

Construir la escala universal conocida con el nombre de ESCALA DE MIL PARLES.

Tómese una magnitud arbitraria K (fig. 37) i repítase diez veces sobre la recta A B desde A hasta O. Tómese toda la magnitud A O, igual a diez veces K, i repítase tres veces desde O hasta B. En los estremos A i B levántense las perpendiculares A C i B E, en las cuales se tomarán tambien diez partes iguales a otra magnitud arbitraria, i por los puntos de division 1, 2, etc, se tirarán líneas paralelas e iguales a la A B. En la última C E fórmense las mismas partes que en la A B. De D a C i de O a A, pónganse 10, 20, 30, etc, en las divisiones 1,ª 2,ª etc. Unase el punto O con el 10 de la de arriba, el 10 de la A O con el 20 de la de arriba, i así sucesivamente hasta unir el punto 90 de la de abajo con el C de la de arriba. Unase tambien el punto O con el punto D, i en los puntos de division de la derecha se pondrán tanto arriba como abajo 100, 200, 300, etc, con lo cual queda formada la escala.

En esta escala se pueden tomar tantas partes en cuantas se haya dividido la lonjitud de ella, pues considerando que la distancia A 90 vale diez partes, como se vé en la figura, la A O valdrá 100; luego la recta total A B, que es la mayor lonjitud que se puede tomar, se compondrá de 400, pues es igual a 4 veces la magnitud de A O.

USO DE ESTA ESCALA.

El modo de usarse de esta escala en la práctica, cuando ocurra el caso de tomar en ella un número cualquiera de partes iguales, es el siguiente: en primer lugar debe tenerse presente que dichas partes deben tomarse en la horizontal que pasa por el punto que expresa el guarismo de las unidades del número propuesto, i la magnitud total estará espresada por la parte de esta línea que hai interceptada entre la línea que espresa las centenas, i la que va de las decenas de abajo a una decena mas de las de arriba.

Así, si se nos propusiera tomar una magnitud igual a 358 partes de la escala, lo primero que advertiriamos seria que esta distancia debia tomarse en la línea 8 H, i estará representada por la parte H N, que se halla interceptada entre la linea 300 que espresa las centenas i la que desde 50 de la de abajo, que espresa las cinco decenas que hai, va hácia el 60 de arriba. La magnitud H N es efectivamente la buscada, pues se compone de las tres partes H $m = 300$, mas N $r = 50$, mas $r\ m = 8$.

Segun lo expuesto se infiere que un objeto grande como un edificio, una máquina, un campo, una comarca entera, puede representarse dibujado en pequeño, segun lo diminuto de la escala que se adopte, tomando en partes de la escala las varas, pies o cuartas que mida cada una de las partes del objeto. I al contrario, una casa o una maquina representada en pequeño, puede construirse tan grande como naturalmente sea, tomando en varas, pies o cuartas, las partes de la escala que abrace cada una de las piezas del objeto.

PROBLEMA XXVII.

Tirar por un punto dado una recta que se encamine en derechura al punto de concurso de otras dos rectas, hallándose este punto demasiado distante para poderlo determinar.

Sean A B i D E las dos rectas dadas (fig. 38) i F el punto por donde debe pasar la recta que va al punto de concurso de estas dos rectas.

Tómense dos puntos cualesquiera en la recta A B, i tírense dos paralelas A D i B E que terminen en la D E. Desde el punto A se tirará al punto F la A F, i a esta la paralela indefinida B L; i tomando en ella la parte B G, cuarta proporcional a las tres rectas A D, B E i A F, tirando en seguida la recta F G, esta será la línea que se nos pide.

APLICACION DE ESTE PROBLEMA.

Darémos una lijera idea de su aplicacion, puesto que este es quizá el único problema cuya aplicacion no puede percibirse a primera vista.

Los agrimensores hallarán en él un gran recurso para sus trazos, figuras, direccion de caminos, canales etc; los pintores para la perspectiva por medio de los puntos de concurso, i finalmente todos los artesanos, ya sean carpinteros, sastres, litógrafos, etc, tienen mucha necesidad de él, pues que casi siempre ocurren líneas que se encuentran mui lejos, i cuyo punto de concurso es necesario para varios usos.

PROBLEMA XXVIII.

Hallar aproximativamente la lonjitud de una circunferencia dada.

Este problema se resuelve hallando una cuarta proporcional a 7, a 22 i al diámetro del círculo dado. Las dos primeras cantidades 7 i 22, espresan la relacion aproximada que halló Arquímedes entre el diámetro i la circunferencia. Esta relacion quiere decir que un diámetro que tuviera siete varas de largo, por ejemplo, corresponderia con mui poca diferencia a una circunferencia de veinte i dos varas.

Así, para resolver el problema, sentarémos la siguiente proporcion:

$$7 : 22 :: D : x.$$

Se reduce a la práctica esta proporcion trazando un ángulo cualquiera A B C [fig. 39]:—sobre uno de sus lados A B, tómense siete partes iguales arbitrarias; tómense sobre el otro lado B C veinte i dos partes iguales entre sí i a las primeras; otra vez sobre el lado A B, tómese B A igual a la lonjitud D' A' del diámetro del circulo dado, únanse ahora el punto D con el punto F por medio de la línea D F, i por el punto A tírese a esta una paralela A C: la distancia B C será la cuarta proporcional a 7, a 22 i al D, o lo que es lo mismo, la lonjitud buscada.

Tambien hai otra relacion del diámetro con la circunferencia, mucho mas aproximada que la anterior, que es la de 113 a 355, hallada por Mecio. Esta nos acerca mucho mas al verdadero valor de la circunferencia; porque es una de 800 pies de lonjitud, hallariamos un pie de diferencia, valiéndonos de la razon de Arquímedes, miéntras que sirviéndonos de la de Mecio, encontrariamos la misma diferencia en una de 1.000,000 de pies.

FROBLEMA XXIX.

Hallar la lonjitud de un arco dado, conocida la de la circunferencia a que pertenece.

Trátase de averiguar, por ejemplo, la lonjitud de un arco de 102 grados i 40 minutos, teniendo 20 varas la circunferencia a que corresponde.

Planteamos una proporcion del modo siguiente:

$$360^{\circ} : 102^{\circ}\ 40' :: 20 : x.,$$

o reduciendo los grados a minutos, esta otra:

$$21,600' : 6160' :: 20 : x.$$

Hecha la operacion de multiplicar 20 por 6160' i dividir el producto por 21,600, resulta que el arco de 102° 40' tiene 5 varas i $\frac{19}{27}$ de vara, de lonjitud.

Se quiere saber ahora cuántas varas tendrá una circunferencia en que un arco de 102° 40' tiene 5 varas i $\frac{19}{27}$ de vara, de lonjitud.

Hacemos esta proporcion:

$$120^o\ 40' : 360^o :: 5\frac{19}{27} : x.$$

Hechas todas las operaciones del caso, resulta que la circunferencia tiene 20 varas.

PROBLEMA XXX.

Reducir un polígono de cierto número de lados a otro equivalente de un lado menos.

Sea, por ejemplo, el pentágono A B C D E (fig. 40). Unanse por medio de una recta los vértices de los ángulos en E i C; i por el vértice del ángulo en D, que se halla situado entre los dos primeros, tírese paralelamente a la E C, la recta D F, que determina en la prolongacion del lado A E, un punto F, el cual junto con el punto C, formará el polígono A B C F, equivalente al propuesto A B C D E.

Ya hemos dicho en las nociones preliminares que un triángulo tiene por medida el producto de su base por la mitad de su altura: luego dos triángulos que tengan igual base i altura deben ser iguales. En virtud de esto, los dos triángulos E C D i E C F son iguales, porque tienen la misma base E C, e igual altura como comprendidos entre las paralelas F D i E C.

Si agregamos a cada uno de estos triángulos el cuadrilátero A B C E, resultarán dos figuras exactamente equivalentes: el pentágono A B C D E, i el cuadrilátero A B C F.

PROBLEMA XXXI.

Trasformar un triángulo o un paralelógramo en un cuadrado.

Sea un paralelógramo A B C D (fig. 41). Determínese primero una medida proporcional entre la base A B i la altura D E del paralelógramo, lo que nos dará el lado F G del cuadrado F G H L, que buscábamos.

Sea ahora un triángulo A' B' C' (fig. 42) Búsquese primero una media proporcional F G entre la base A' B' i la mitad de la altura D' C,' i este es el lado del cuadrado buscado.

PROBLEMA XXXII.

Reducir un triángulo a otro que sea su equivalente i tenga su vértice en un punto cualquiera dado.

Sea el triángulo A B C (fig. 43), i el punto dado D, en el cual debe estar el vértice del nuevo triángulo.

Desde el punto dado D tírense a los estremos de la base

A C del triángulo A B C las rectas D A i D C. Desde el punto B, vértice del triángulo, tírese B H paralela a la base A C, i desde el punto H, donde esta paralela corta a la recta A D, tírese al punto C la línea H C i la H E paralela al lado C D. Tírese finalmente la recta D E, i el triángulo A D E nuevamente orijinado será el pedido.

Para demostrarlo, observemos que los dos triángulos E H D i E H C, por tener una misma base E H i estar entre las paralelas E H i D C, son iguales. Ahora, si a estos dos triángulos se les añade el triángulo A H E, resultarán tambien iguales los triángulos A D E i A H C; pero este último es igual al triángulo dado A B C, porque ámbos tienen una misma base A C i una misma altura, a causa de hallarse entre las dos paralelas A C i B H; luego tambien el nuevo triángulo A D E es igual al primitivo A B C.

PROBLEMA XXXIII.

El mismo problema con solo la variacion de que el vértice del triángulo nuevo se halle mas abajo del del triángulo por trasformar.

Sea A B C (fig. 44) el triángulo propuesto, i D el punto dado.

Tírense desde los puntos A i C, estremos de la base A C del triangulo propuesto, al punto D las dos rectas A D i D C indefinidas. Por el punto B, vértice del triángulo, tírece la recta B H, paralela a la base A C, i todo lo larga que sea menester para que llegue a cortar a la A D en el punto H. Desde este mismo punto H tírese la recta H E paralela a la D C, i al punto C la H C. Si se prolonga la base A C hasta encontrar la paralela H E en el punto E, i por este último punto i el dado D, tiramos la D E, el triángulo A D E, nuevamente orijinado, sera igual al triángulo dado A B C

Para demostrar la verdad de este resultado, podemos hacer un raciocinio análogo al del problema anterior.

PROBLEMA XXXIV.

Dividir un triángulo en dos partes iguales por medio de rectas tiradas desde un punto dado dentro del mismo triángulo.

Sea el triángulo A B C (fig. 45), que se quiere dividir en dos partes iguales con rectas tiradas desde un punto cualquiera D.

Divídase la base del triángulo A B C en dos partes iguales con una recta B E tirada desde el vértice B. Desde el punto E tírese la recta E D al punto dado D, i desde B la paralela a ella B F. Si desde el punto D se tiran ahora las rectas D F i D B, la figura que resulte A B D F será la mitad del triángulo dado, i por consiguiente igual a la figura F D B C.

Para demostrarlo, tenemos que los triángulos B F D i B F E por tener una misma base B F e igual altura, por hallarse entre las paralelas B F i D E, son iguales entre sí. Si a cada uno de ellos añadimos el triángulo A B F, resultara tambien la figura A B D F, igual al triángulo A B E; pero este es precisamente la mitad del triángulo A B C, puesto que el triángulo A B E = B E C por tener sus bases A E i E C iguales, i una misma altura, luego la figura A B D F es igual o equivalente a la figura F D B C.

PROBLEMA XXXV.

Dividir en dos partes iguales un cuadrilátero. desde un punto dado, sobre uno de sus lados, por ejemplo.

Sea A B C D (fig. 46) el cuadrilátero que nos proponemos dividir en dos partes iguales, i E el punto dado, situado en el lado A B.

Redúzcase primero el cuadrilátero dado A B C D a un triángulo A D F. Hecho esto, divídase el triángulo en dos partes iguales con la recta D G que va a la mitad de su base. Desde el punto dado E tírese la recta D E; i desde G, la paralela a ella G H. Ahora, si desde el punto H se tira la recta H E, está dividirá el cuadrilatero dado en otros dos A E H D i E B C H que son iguales entre sí.

Para demostrarlo, notemos que los dos triángulos D E H, D E G, son iguales por tener nna misma base D E, i por estar comprendidos entre las paralelas D E i G H. Agreguémos a cada uno de estos triángulos el triángulo A D E, i resultarán iguales el cuadrilátero A E H D i el triángulo A D G; pero como este triángulo es la mitad del total A D F, igual al cuadrilatero dado A B C D, será tambien el cuadrilátero parcial A E H D mitad cabal del primitivo, i por consiguieute igual al otro E H C B.

PROBLEMA XXXVI.

Dividir un polígono en tres partes iguales con líneas tiradas desde uno de sus ángulos.

Propónese dividir el polígono A B C D E (fig. 47) en tres partes iguales con líneas tiradas desde uno de sus angulos D.

Trasfórmese el polígono A B C D E en un triángulo T D F. Divídase su base T F en tres partes iguales en los puntos H i G; i tirando las rectas D H, D G, quedará dividido el polígono en las tres partes que se pretende.

Si demostramos que las tres partes del triángulo corresponden exactamente a las tres del polígono, quedará demostrada la proposicion. En cuanto a D G H no hai duda alguna, pues que es comun al triángulo i al polígono. Vamos a demostrar que la parte D C B G es igual al triángulo D G F. En efecto, los dos triángulos D C B i D F B son iguales por tener la misma base D B, i la misma altura por estar entre las paralelas D B i C F. Agregando a estos dos triángulos el triángulo D B G, resultarán iguales la parte D C B G i el triángulo D G F. De un modo análogo demostrariamos que la parte A H D E es igual al triángulo T D H.

PROBLEMA XXXVII.

Construir una elipse con la excentricidad que se quiera.

Trátase de construir una elipse cuyo eje mayor, o mayor lonjitud, es A B (fig. 48), i cuyo eje menor, o menor anchura, es C D.

Tómese una abertura de compas igual a O B, mitad de A B; i haciendo centro en C, trácense dos arcos, que cortarán a la recta A B en dos puntos P i E. Colóquense en dichos puntos dos alfileres o puntillas, i tomando un hilo de una magnitud igual a la suma de las dos cantidades E P i A B, únase por los estremos este hilo i colóquese entre las dos puntillas. Con un lápiz o pluma K, se estirará el hilo tomando una forma triangular como E P K. Hágase correr en seguida el lápiz o pluma, manteniendo el hilo templado, i cuando llegue al punto de donde partió, se tendrá la elipse pedida.

PROBLEMA XXXVIII.

Forrar una pelota o esfera con el número de cascos que se quiera.

Sea A B (fig. 49) la anchura o círculo máximo de una esfera o pelota que se quiere forrar con cinco cascos, por ejemplo.

Divídase la magnitud A B en diez partes iguales A 1, 1 *a*, *a* 2, 2 *b*, *b* 3, etc, i en los puntos 1, 2, 3, 4, 5, levántense perpendiculares 1 F, 1 G, 2 K, 2 H, etc, iguales a la cuarta parte de A B; en seguida háganse pasar arcos de círculo por los estremos de las perpendiculares i los puntos intermedios *a*, *b*, *c*, *d* i los estremos A, B, como se vé en la figura, i se tendrá el corte del forro pedido.

PROBLEMA XXXIX.

Construir una espiral.

Tómese un eje o recta A B (fig. 50), i en ella un punto tal como O. Hágase centro en este punto, i con una abertura de compas, que variará segun lo abierta o cerrada que se quiera la espiral, trácese un semicírculo Q V I. Tómese un punto F en la mitad del radio Q O, i haciendo centro en él, con el radio F I, trácese otro semicírculo I N L. Vuélvase a hacer centro en O, i con un radio O L se traza un semicírculo L G R; de nuevo en F, con un radio F R otro R H D, etc. Siguiendo de este modo, se obtendrá la espiral pedida.

PROBLEMA XL.

Construir las hélices de una escalera de caracol i de un tornillo.

Hablarémos primero de la hélice, i despues verémos su aplicacion a la escalera i al tornillo.

Considérese un cilindro *a b d c* (fig. 51), i mas abajo, correspondiéndose con *a c* i *b d*, un círculo *g k t h u l*, que es la base del cilindro, puesta de frente. Divídanse en doce partes iguales, por ejemplo, el círculo i los lados *a c*, *b d*. Por las divisiones de la recta *a c* tírense paralelas a la recta *c d*; levántense despues perpendiculares *k l*, *t u* etc, al diámetro *g h* del círculo por cada una de las divisiones *k*, *t*... *u*, *l*. Prolónguense estas perpendiculares de modo que la primera *k l* corte a la recta *n p* en un punto *m*, i a la *r s* en un punto *q*; la segunda *t u*, a la recta *x o* en v, i a la *y z* en *x'* etc. Uniendo luego estos puntos por medio de una curva como la *c m v f x' q a*, se tendrá el primer paso o vuelta de una hélice.

La parte que en la figura se vé de línea seguida, indica que está situada en la parte visible del cilindro; i la de línea i puntos en la parte opuesta.

ESCALERA DE CARACOL.

Trácese un círculo *e N f E* (fig. 52), que constituye la base del cilindro *c a b d*, que encierra la escalera de caracol.

Concéntrico con este círculo, trácese otro *g* M *h* F, que vendrá a ser la base del cilindro *i l m k*.

Trácese ahora dentro del primer cilindro la hélice *c o n* A M *a*, i dentro del segundo otra hélice, *i o z p l* al mismo nivel de la primera. Estas dos hélices constituyen los bordes o filos del piso de la escalera.

Las mismas hélices *c o n* A M *a*, *i o z p l* constituyen tambien la primera vuelta de la escalera.

Es visto que la distancia *e g* que hai del uno al otro círculo determina la anchura de la escalera.

El corte de las tablas horizontales de los escalones requiere alguna esplicacion. Los círculos T N f E i *g* M *h* F divídanse respectivamente en tantas partes iguales como sean los escalones que tenga una vuelta entera de la escalera: únanse los puntos *e* i *g*, T i D, Z i R, etc, por medio de las rectas *e g*, T D, Z R, etc, i las figuras *e* T D *g*, T Z R D, etc, darán el corte de las tablas horizontales.

Se concibe fácilmente que este es el corte que deben tener dichas tablas considerando que si las hélices *c o n* A M *a*, *i o* N *p l* del piso de la escalera, se aplanan sobre una superficie horizontal, quedarán representando los círculos *e* N *f E*, *g* M *h F*, i las tablas horizontales de los escalones vendrán a quedar en la misma disposicion en que se hallan las figuras *e* T D *g*, T Z R D, etc.

TORNILLO.

Sea un cilíndro *a b d h* (fig. 53). Considerémos una hélice que comienza en d, i sea *d h g* . . . . ; otra que comienze *l*, i sea *g n l*. . . Considérese ahora otro cilindro *t r f m*, i concibamos una hélice que principie en *f* i sea *f m k*. . . ; las tres a un tiempo, o lo que es lo mismo, el triángulo *d f g*, caminando sobre el cilindro de modo que recorra hélices, enjendra el tornillo buscado.

Para la muesca o matriz se hará la misma construccion, pero vaciada.

Hai tambien tornillos que tienen un cuadrado o un semicírculo en vez de un triángulo; pero la construccion no varia casi en nada.

(a)

NOTA. Cuando la demostracion es fácil i sencilla se da en la solucion del problema, para encaminar al estudiante a la exactitud matemática. En los problemas sobre líneas proporcionales se omiten las demostraciones por exijir conocimientos que no permite la naturaleza de este opúsculo. Todos los problemas sobre trasformacion de figuras se demuestran de un mismo modo, por medio de la igualdad de triángulos.

ERRATAS.

Pájina,	Línea,	Dice,	Debe decir.
11	26	al cuadrado A B C D	al cuadrado *a b c d*.

INDICE.

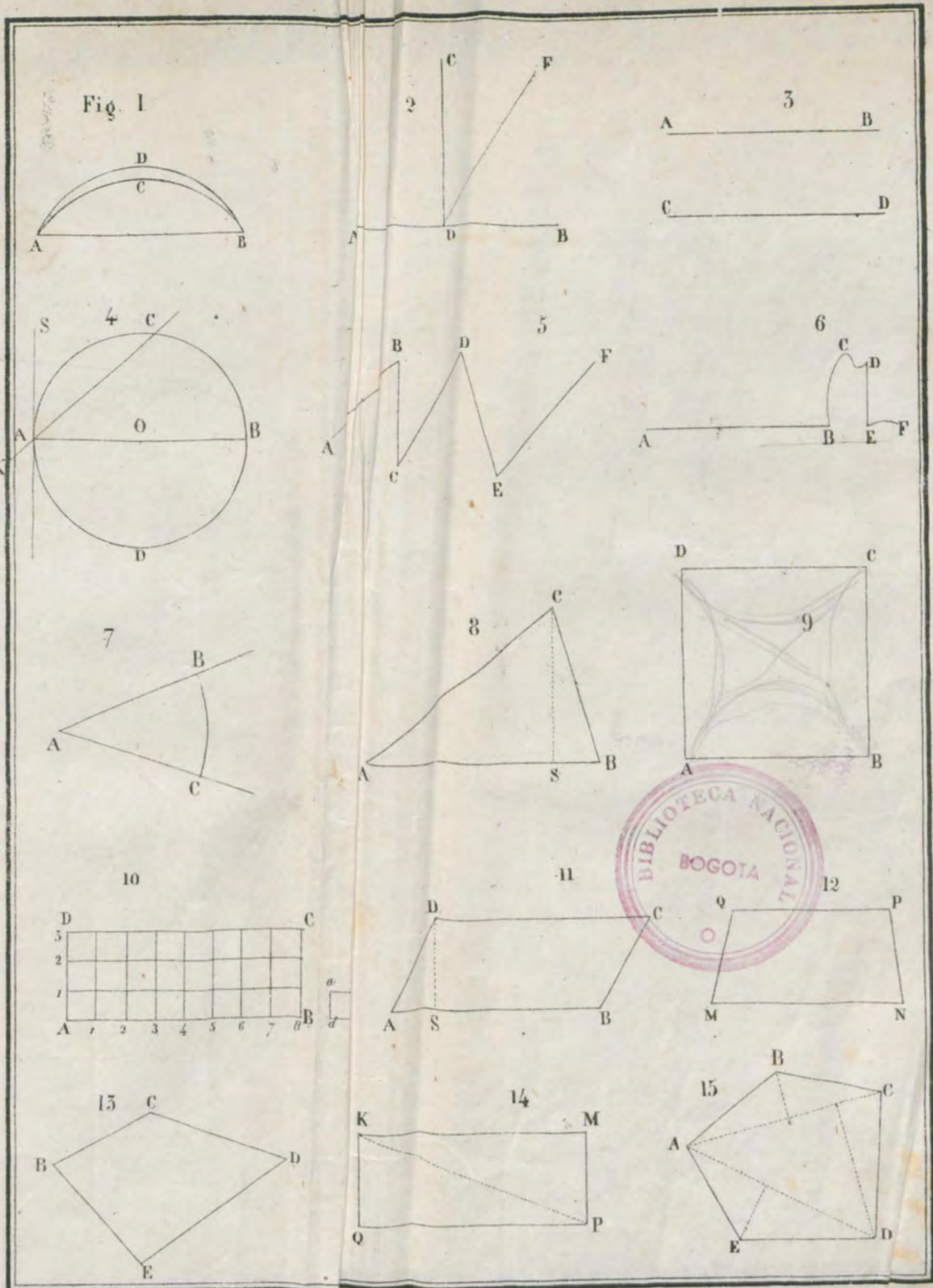
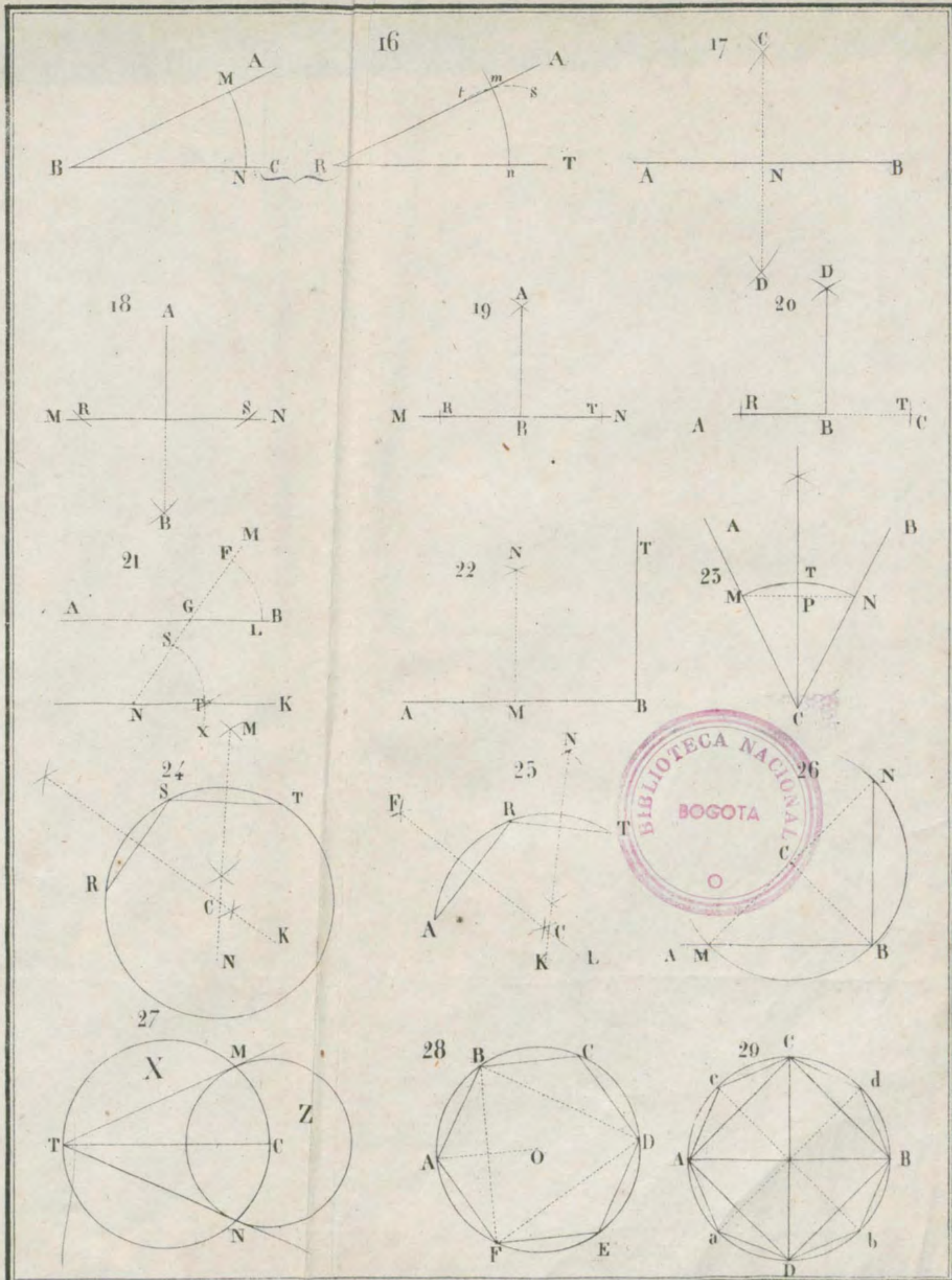
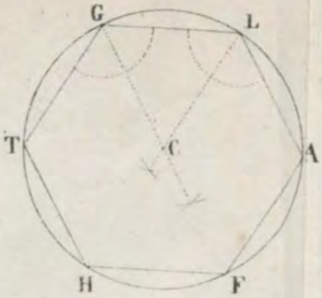


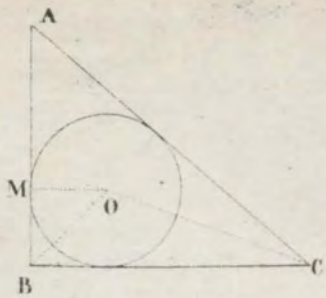
Fig. 1
D
C
A
B
2
C
F
A
D
B
3
A
B
C
D
4
S
C
O
A
B
K
D
5
B
D
F
A
C
E
6
C
D
A
B
E
F
D
C
9
A
B
7
B
A
C
8
C
A
S
B
10
D
C
3
2
1
A
1
2
3
4
5
6
7
8
B
11
D
C
A
S
B
12
Q
P
M
N
13
C
B
D
E
14
K
M
Q
P
15
B
C
A
E
D


16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29

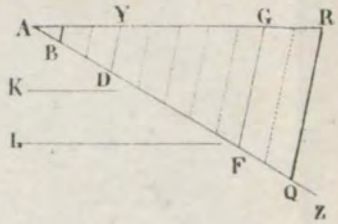
30.



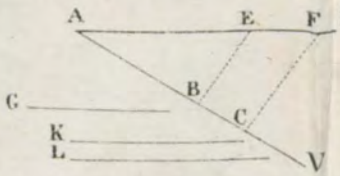
31



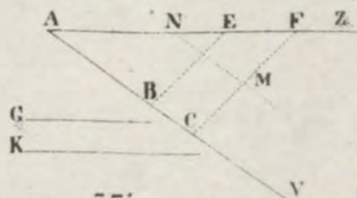
32



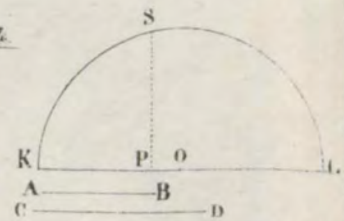
33



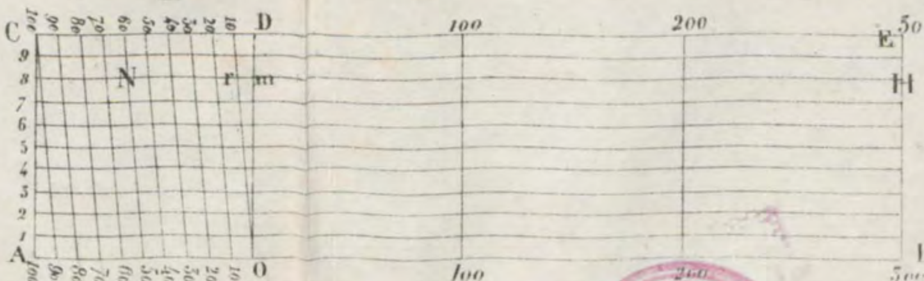
34



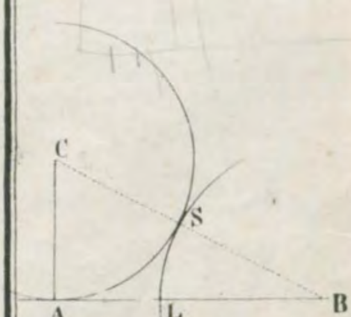
35



37'

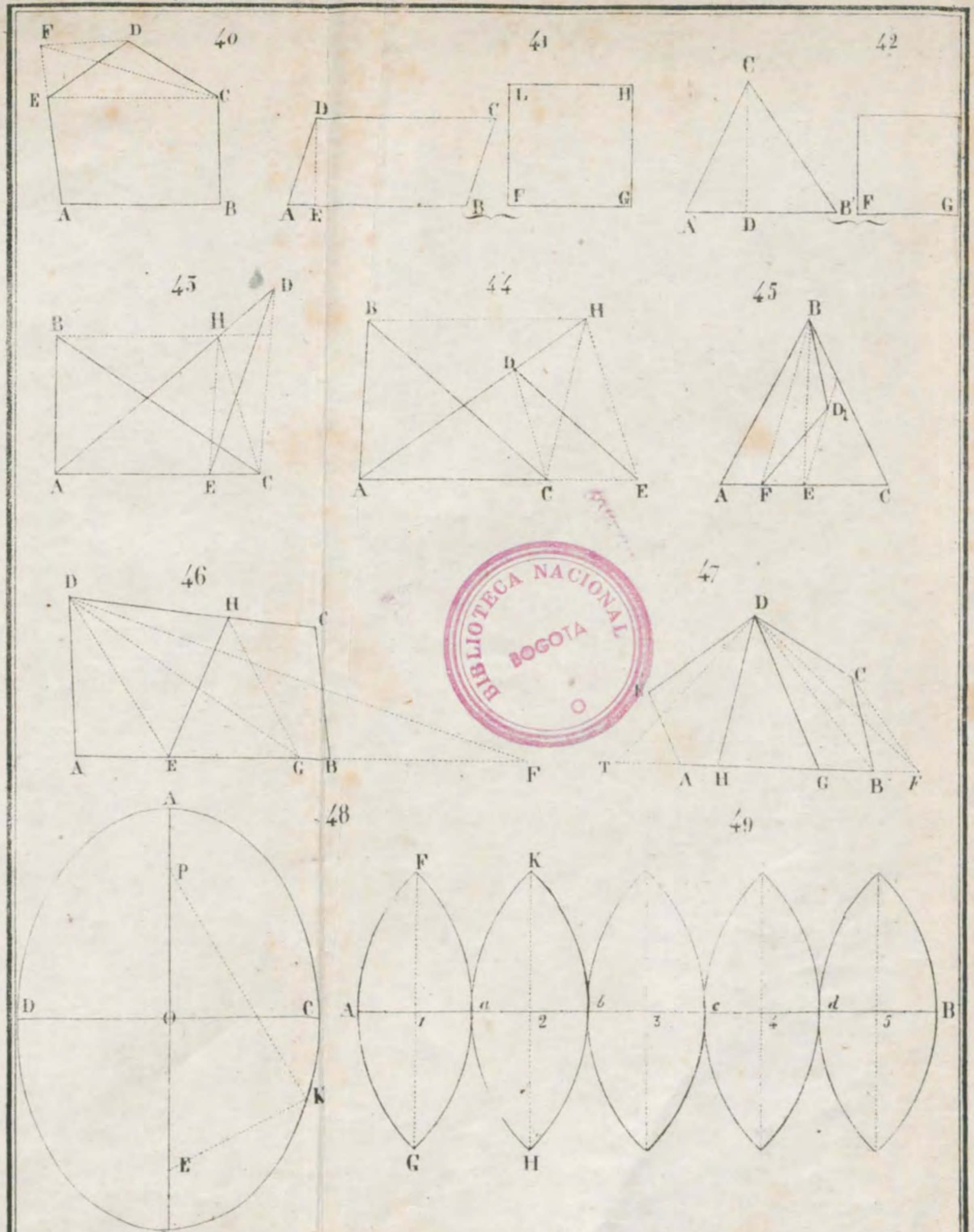


36

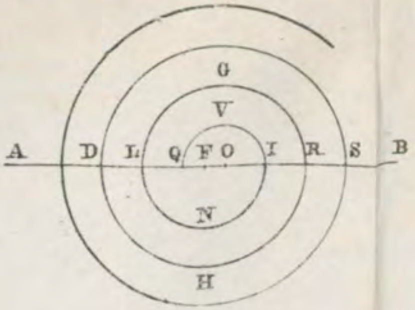


38

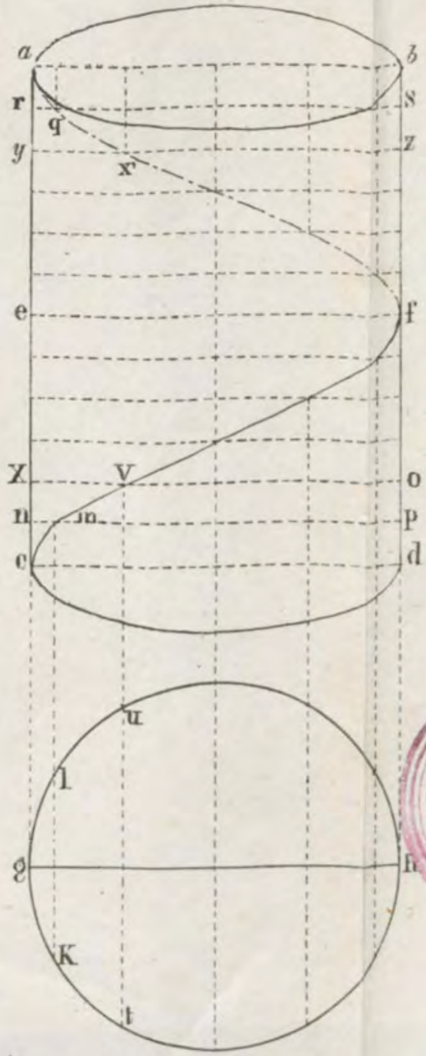
39


40
F D E C A B
41
D C L H A E B F G
42
C A D B F G
43
D B H A E C
44
B H D A C E
45
B D A F E C
46
D H C A E G B F
47
D C T A H G B F
48
A P D O C K E B
49
F K A a b c d B
1 2 3 4 5
G H

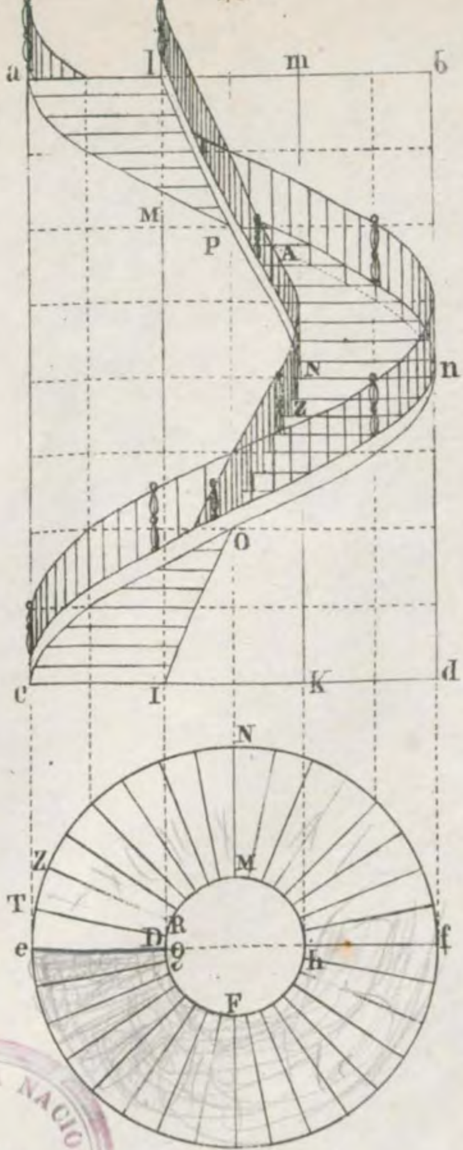
50


A D L Q F O I R S B
G
V
N
H

51


a b
r s
q
y z
x
e f
X V o
n m p
c d
u
l
g h
K
t

52


a l m b
M
P A
N n
Z
O
c I K d
N
Z M
T
R
e D Q f
h
F
E


a b
r
v
l K
n
m g f
h
d

53